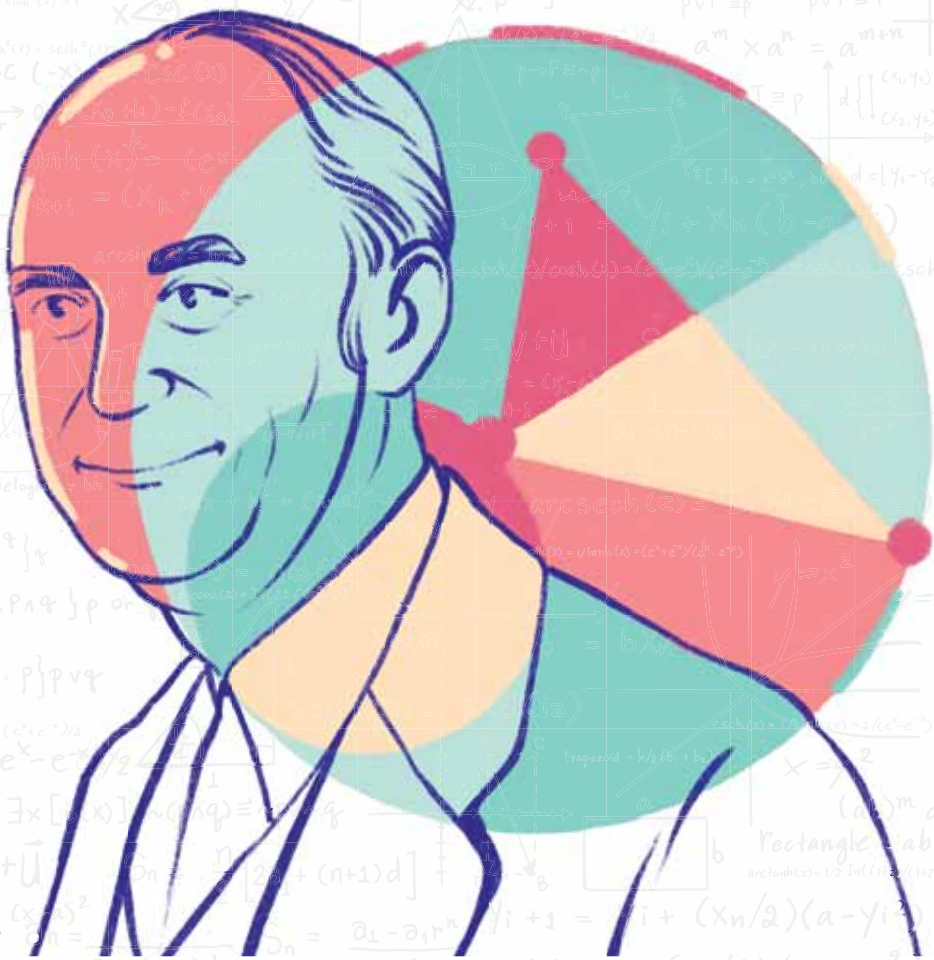




انریکو فرمی

تخمین در علوم

روح الله خلیلی بروجنی

روش تخمین

در بسیاری مسائل، دانستن مقدار تقریبی یک کمیت با ضریب ۱۰ کافی است. به همین دلیل اعداد و جواب‌های تخمینی را گرد می‌کنند تا به صورت مضربی از ۱۰ قابل بیان باشد. این مقدار را اصطلاحاً «تخمین مرتبه بزرگی» می‌نامند که به صورت نزدیک‌ترین توان ۱۰ به مقدار واقعی کمیت بیان می‌شود. این نوع تخمین، در علوم و فیزیک و حتی زندگی روزمره کاربرد زیادی دارد. برای مثال، اگر فاصله واقعی دو شهر از یکدیگر ۸۵ کیلومتر باشد، در فرایند تخمین ابتدا آن را به صورت 8.5×10^1 می‌نویسیم. از آنجا که $1/5$ بین ۵ و ۱۰ قرار دارد، آن را به صورت ۱۰ گرد می‌کنیم. در نتیجه فاصله بین این دو شهر را به صورت $10^2 \text{ km} \sim 10^1 \text{ km} = 10 \text{ km}$ تخمین می‌زنیم. در اینجا نماد $\sim$ به معنای «از مرتبه» است (در مسائل ریاضی از این نماد معمولاً برای تقریباً مساوی استفاده می‌شود). به مثالی دیگر توجه کنید. فرض کنید جمعیت واقعی یک شهر ۴۳۸ هزار نفر باشد. برای تخمین مرتبه بزرگی جمعیت این شهر ابتدا آن را به صورت 4.38×10^5 می‌نویسیم. از آنجا که $4/38$ کوچک‌تر از ۵ است، آن را به صورت 10^6 گرد می‌کنیم. در نتیجه مرتبه بزرگی جمعیت این شهر را به صورت زیر تخمین می‌زنیم:

$$438000 = 4.38 \times 10^5 \sim 10^6$$

مقدمه

آیا تا به حال سعی کرده‌اید مدت زمان رسیدن به مقصد را هنگام پیاده‌روی، دوچرخه‌سواری و یا در سفر با خودرو حدس بزنید؟ آیا تاکنون از خود پرسیده‌اید که چگونه می‌توان تعداد ستارگان، جرم آب اقیانوس‌ها، جرم هوای پیرامون زمین (جو زمین)، یا تعداد درختان روی زمین را تخمین زد؟ یا چگونه می‌توان تعداد ضربان‌هایی را برآورد کرد که قلب یک شخص در طول عمرش می‌زند؟ یا چگونه می‌توان تعداد اتم‌های اکسیژن در بدن یک فرد ۶۰ کیلوگرمی را برآورد کرد؟ حدس‌هایی که زده‌اید چقدر به واقعیت نزدیک بوده‌اند؟ گاهی برای شناخت بهتر یک موضوع و کمیت‌های وابسته به آن، نیاز داریم اندازه‌های هرچند غیردقیق (تقریبی) را در علم یا حتی زندگی روزمره خود به کار ببریم. برای این کار از فرایند «تخمین» یا «برآورد» استفاده می‌کنیم. تخمین نه تنها در علم، بلکه در زندگی روزمره نیز روش مفیدی در حل برخی از مسائل است. از تخمین معمولاً در مواردی استفاده می‌کنیم که:

- ۱. دقت بالا در محاسبه‌ها، اهمیت چندانی نداشته باشد.
- ۲. زمان کافی برای محاسبه‌های دقیق نداشته باشیم.
- ۳. همه یا بخشی از داده‌های موردنیاز در دسترس نباشد.

جو زمین که به همیاس
رسم نشده است.

تصویر ۱



پاسخ: برای برآورد مرتبه بزرگی جرم جو زمین، از رابطه $P = \frac{F}{A}$ استفاده می‌کنیم که در فصل فشار علوم سال نهم با آن آشنا شده‌اید. در این رابطه، به جای F ، وزن جو زمین (mg) و به جای A ، مساحت سطح زمین $(4\pi R^2)$ را قرار می‌دهیم که در آن R شعاع زمین است. به این ترتیب تخمین مرتبه بزرگی مساحت سطح زمین برابر است با:

$$A = 4\pi R^2 = 4 \times 3.14 \times (6400000 \text{ m})^2 = 5.1 \times 10^{14} \text{ m}^2 \sim 10^{15} \text{ m}^2$$

همچنین تخمین مرتبه بزرگی وزن کل جو زمین برابر است با:

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = PA \sim (10^5 \text{ Pa})(10^{15} \text{ m}^2) \Rightarrow F \sim 10^{20} \text{ N}$$

به این ترتیب تخمین مرتبه بزرگی جرم کل جو زمین برابر است با:

$$F = mg \sim 10^{20} \text{ N} \Rightarrow m \sim 10^{14} \text{ kg}$$

تمرین‌های پیشنهادی

- الف) مرتبه بزرگی جرم آب اقیانوس‌ها را تخمین بنزید.
- ب) مرتبه بزرگی جرم نمک موجود در اقیانوس‌ها را تخمین بنزید.
۲. در هر تنفس حدود 500 سانتی‌متر مکعب هوا وارد ریه‌ها می‌شود. مرتبه بزرگی حجم هوایی را که یک انسان در طول عمر خود تنفس می‌کند، بر حسب لیتر تخمین بنزید.
۳. الف) مرتبه بزرگی بخار بنزینی که در هر شبانه‌روز وارد هوای ایران می‌شود چند لیتر است؟
ب) تحقیق کنید در کشورهای دوستدار محیط‌زیست، چه تدابیری می‌اندیشند تا این بخار که برای محیط‌زیست و همچنین سلامتی انسان‌ها بسیار مضر است، وارد هوا نشود.
راهنمایی: برای به دست آوردن مرتبه بزرگی این تخمین، ابتدا باید راه‌هایی را مورد توجه قرار دهید که سبب تولید بخار بنزین و ورود آن به هوا می‌شود. دو مورد از راه‌های تولید بخار بنزین و ورود آن به هوا به صورت زیر است:

- وقتی بنزین خودرویی به تدریج مصرف می‌شود، بالای بنزین درون باک، بخار بنزین تشکیل می‌شود. وقتی خودرو برای سوخت‌گیری به جایگاه پمپ‌بنزین می‌رود، با ورود بنزین به باک، بخار بنزین از آن خارج و به هوای بیرون رانده می‌شود.
- وقتی تانکر سوخت‌رسان در حال تخلیه بنزین به مخزن اصلی جایگاه پمپ‌بنزین است، با ورود بنزین به این مخزن، بخار بنزین درون آن به هوای بیرون رانده می‌شود.

پی‌نوشت:
۱. گروه علوم تجربی، دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی

خوب است بدانید:

انریکو فرمی (۱۹۰۱-۱۹۵۴)، فیزیک‌دان بزرگ ایتالیایی قرن بیستم بود که بیشتر فعالیت‌های علمی خود را در آمریکا دنبال کرد. فرمی نخستین دانشمندی بود که تبدیل عنصرهای سنگین به عنصرهای سبک‌تر را بر اثر بمباران نوترونی بررسی کرد و برای این کار جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۳۸ را دریافت کرد. وی همچنین برای توانایی و علاقه‌اش در طرح و حل مسئله‌های تخمینی (از مرتبه بزرگی) مشهور است. به همین سبب در برخی کتاب‌ها به این گونه مسئله‌ها، مسئله‌های فرمی می‌گویند.

بررسی چند مثال و تمرین

مثال ۱. مرتبه بزرگی حجم (برحسب لیتر) خونی را که قلب یک نفر در طول عمرش پمپ می‌کند تخمین بنزید. قلب در هر ضربان به طور میانگین 70 سانتی‌متر مکعب (70 cm^3) خون به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند.

پاسخ: برای حل این مثال لازم است اطلاعاتی را از قبل بدانید. این اطلاعات را می‌توانید از کتاب‌های درسی سال‌های قبل یا از طریق رسانه‌های دیگر به دست بیاورید.

- قلب یک شخص سالم در هر 8 ثانیه یک بار خون را به سرخرگ آئورت پمپ می‌کند که می‌توان آن را به صورت 1 S گرد کرد یا برحسب مرتبه بزرگی به صورت 10^0 S نوشت.
- طول عمر میانگین انسان‌ها حدود 75 سال است که به صورت $10^2 \sim 7.5 \times 10^1$ سال گرد می‌کنیم.
- هر سال تقریباً برابر $365 \times 24 \times 3600 = 3.1536 \times 10^7$ ثانیه نوشت است که می‌توان آن را به صورت $3/1536 \times 10^7$ ثانیه نوشت (برای سادگی و با تقریب خوبی یک سال را می‌توانید به صورت 3×10^7 ثانیه در ذهن خود به خاطر بسپارید!) با توجه به تخمین مرتبه بزرگی و از آنجا که $3/1536$ کوچک‌تر از 5 است، یک سال را به صورت 10^7 ثانیه گرد می‌کنیم.
- به این ترتیب، مرتبه بزرگی تعداد ضربان قلب یک انسان در طول عمرش را 10^1 ضربان تخمین می‌زنیم. با توجه به فرض مسئله، مقدار خونی که در هر ضربان به سرخرگ آئورت پمپ می‌شود را به صورت 70 cm^3 گرد می‌کنیم. بنابراین، حجم خون پمپ شده به سرخرگ آئورت برابر است با:
 $V = 10^1 \times 70 \text{ cm}^3 = 7 \times 10^2 \text{ cm}^3$
- از آنجا که هر لیتر برابر با 1000 سانتی‌متر مکعب (10^3 cm^3) است، در نتیجه مرتبه بزرگی حجم خونی که قلب یک نفر در طول عمرش پمپ می‌کند برابر 10^8 لیتر است (از مرتبه 10^8 میلیون لیتر!).

مثال ۲. اطراف کره زمین، لایه‌ای از هوا وجود دارد. به این لایه که از گازهای متفاوتی (۷۸ درصد نیتروژن، ۲۱ درصد اکسیژن و ۱ درصد گازهای دیگر) تشکیل شده است، «جو زمین» گفته می‌شود (تصویر ۱). مرتبه بزرگی جرم جو زمین را تخمین بنزید. شعاع زمین را 6400 کیلومتر و فشار جو را در تمام نقاط سطح زمین 10^5 پاسکال فرض کنید.